ACADEMIA MJ · CENTRO DE ESTUDIOS ESPECIALIZADO

Ficha de Trabajo: Identidades Notables (Productos Notables)

Las 3 Fórmulas Canónicas, Reglas Mnemotécnicas, Factorización Inversa y 20 Ejercicios Resueltos Paso a Paso.

1. Las 3 Fórmulas Canónicas de las Identidades Notables

Las **identidades notables** (o productos notables) son fórmulas algebraicas que permiten resolver multiplicaciones de binomios directamente, sin tener que aplicar la propiedad distributiva término a término.

Nombre de la Fórmula	Expresión Algebraica	Regla Mnemotécnica de Examen
1. Cuadrado de una Suma	$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	Cuadrado del 1º, **MÁS** el doble producto (2·a·b), **MÁS** cuadrado del 2º.
2. Cuadrado de una Resta	$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	Cuadrado del 1º, **MENOS** el doble producto (-2·a·b), **MÁS** cuadrado del 2º.
3. Suma por Diferencia	$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$	Diferencia de cuadrados: Cuadrado del 1º **MENOS** cuadrado del 2º (sin término central).

2. Protocolo de Factorización Inversa (Del Trinomio al Binomio)

Paso 1: Localizar los Extremos Cuadrados	En un trinomio como $x^2 + 6x + 9$, extrae la raíz cuadrada de los extremos: $\sqrt{x^2} = x$ y $\sqrt{9} = 3$.
Paso 2: Comprobar el Doble Producto	Multiplica las dos raíces por 2: **2 · (x) · (3) = 6x**. Si coincide con el término central, es un trinomio cuadrado perfecto.
Paso 3: Asignar el Signo	Si el término central es positivo (+6x), es una suma: **$(x + 3)^2$**. Si es negativo (-6x), es una resta: **$(x - 3)^2$**. Si solo hay dos términos restando ($x^2 - 9$), es **$(x + 3)(x - 3)$**.

3. Batería Completa de 20 Ejercicios Resueltos Paso a Paso

Bloque A: Binomios Básicos con Números Enteros

Ejercicio 1: Desarrollar: $(x + 2)^2$

Paso 1 (Identificación): Cuadrado de una suma: a = x, b = 2

Paso 2 (Desarrollo): $(x)^2 + 2\cdot(x)\cdot(2) + (2)^2 = x^2 + 4x + 4$

Resultado Final: $x^2 + 4x + 4$

Ejercicio 2: Desarrollar: $(x - 5)^2$

Paso 1 (Identificación): Cuadrado de una resta: a = x, b = 5

Paso 2 (Desarrollo): $(x)^2 - 2\cdot(x)\cdot(5) + (5)^2 = x^2 - 10x + 25$

Resultado Final: $x^2 - 10x + 25$

Ejercicio 3: Desarrollar: $(x + 7)(x - 7)$

Paso 1 (Identificación): Suma por diferencia (diferencia de cuadrados)

Paso 2 (Desarrollo): $(x)^2 - (7)^2 = x^2 - 49$

Resultado Final: $x^2 - 49$

Ejercicio 4: Desarrollar: $(x + 6)^2$

Paso 1 (Identificación): Cuadrado de una suma: a = x, b = 6

Paso 2 (Desarrollo): $(x)^2 + 2 \cdot (x) \cdot (6) + (6)^2 = x^2 + 12x + 36$

Resultado Final: $x^2 + 12x + 36$

Ejercicio 5: Desarrollar: $(x - 9)^2$

Paso 1 (Identificación): Cuadrado de una resta: a = x, b = 9

Paso 2 (Desarrollo): $(x)^2 - 2 \cdot (x) \cdot (9) + (9)^2 = x^2 - 18x + 81$

Resultado Final: $x^2 - 18x + 81$

Bloque B: Con Coeficientes Delante de la X

Ejercicio 6: Desarrollar: $(2x + 3)^2$

Paso 1 (Identificación): ¡Cuidado! El cuadrado afecta a todo: a = (2x), b = 3

Paso 2 (Desarrollo): $(2x)^2 + 2 \cdot (2x) \cdot (3) + (3)^2 = 4x^2 + 12x + 9$

Resultado Final: $4x^2 + 12x + 9$

Ejercicio 7: Desarrollar: $(3x - 2)^2$

Paso 1 (Identificación): Cuadrado de una resta con a = 3x, b = 2

Paso 2 (Desarrollo): $(3x)^2 - 2 \cdot (3x) \cdot (2) + (2)^2 = 9x^2 - 12x + 4$

Resultado Final: $9x^2 - 12x + 4$

Ejercicio 8: Desarrollar: $(4x + 5)(4x - 5)$

Paso 1 (Identificación): Suma por diferencia: $(4x)^2 - (5)^2$

Paso 2 (Desarrollo): $(4x)^2 - 5^2 = 16x^2 - 25$

Resultado Final: $16x^2 - 25$

Ejercicio 9: Desarrollar: $(5x - 1)^2$

Paso 1 (Identificación): Cuadrado de una resta: a = 5x, b = 1

Paso 2 (Desarrollo): $(5x)^2 - 2 \cdot (5x) \cdot (1) + (1)^2 = 25x^2 - 10x + 1$

Resultado Final: $25x^2 - 10x + 1$

Ejercicio 10: Desarrollar con dos variables: $(2x + 4y)^2$

Paso 1 (Identificación): Cuadrado de una suma: a = 2x, b = 4y

Paso 2 (Desarrollo): $(2x)^2 + 2 \cdot (2x) \cdot (4y) + (4y)^2 = 4x^2 + 16xy + 16y^2$

Resultado Final: $4x^2 + 16xy + 16y^2$

Bloque C: Potencias Cuadradas (x^2) y Trucos con Signos Negativos

Ejercicio 11: Desarrollar: $(x^2 + 3)^2$

Paso 1 (Identificación): Primer término con potencia: $a = x^2$, b = 3

Paso 2 (Desarrollo): $(x^2)^2 + 2 \cdot (x^2) \cdot (3) + (3)^2 = x^4 + 6x^2 + 9$

Resultado Final: $x^{\square} + 6x^2 + 9$

Ejercicio 12: Desarrollar: $(2x^2 - 4)^2$

Paso 1 (Identificación): $a = 2x^2$, b = 4

Paso 2 (Desarrollo): $(2x^2)^2 - 2 \cdot (2x^2) \cdot (4) + (4)^2 = 4x^4 - 16x^2 + 16$

Resultado Final: $4x^{\square} - 16x^2 + 16$

Ejercicio 13: Desarrollar con dos signos negativos: $(-x - 3)^2$

Paso 1 (Identificación): Truco: $(-x - 3)^2 = [-(x + 3)]^2 = (x + 3)^2$. Al elevar al cuadrado el signo menos desaparece.

Paso 2 (Desarrollo): $(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$

Resultado Final: $x^2 + 6x + 9$

Ejercicio 14: Desarrollar: $(3x^2 + 2)(3x^2 - 2)$

Paso 1 (Identificación): Suma por diferencia con potencias cuadradas

Paso 2 (Desarrollo): $(3x^2)^2 - (2)^2 = 9x^4 - 4$

Resultado Final: 9x² - 4

Ejercicio 15: Desarrollar: (-2x + 5)²

Paso 1 (Identificación): Reordenamos como (5 - 2x)²

Paso 2 (Desarrollo): (5)² - 2·(5)·(2x) + (2x)² = 25 - 20x + 4x² = 4x² - 20x + 25

Resultado Final: 4x² - 20x + 25

Bloque D: Factorización Inversa y Fracciones Algebraicas

Ejercicio 16: Factorizar: x² + 10x + 25

Paso 1 (Identificación): Extremos: √x² = x, √25 = 5. Doble producto: 2·x·5 = 10x (coincide)

Paso 2 (Desarrollo): Forma de binomio al cuadrado: (x + 5)²

Resultado Final: (x + 5)²

Ejercicio 17: Factorizar: 9x² - 12x + 4

Paso 1 (Identificación): Extremos: √(9x²) = 3x, √4 = 2. Doble producto: 2·(3x)·2 = 12x. Signo central (-)

Paso 2 (Desarrollo): Forma de binomio al cuadrado: (3x - 2)²

Resultado Final: (3x - 2)²

Ejercicio 18: Factorizar: 49x² - 36

Paso 1 (Identificación): Diferencia de cuadrados: √(49x²) = 7x, √36 = 6

Paso 2 (Desarrollo): Forma de suma por diferencia: (7x + 6)(7x - 6)

Resultado Final: (7x + 6)(7x - 6)

Ejercicio 19: Simplificar fracción algebraica: (x² - 16) / (x + 4)

Paso 1 (Identificación): Numerador es diferencia de cuadrados: x² - 16 = (x + 4)(x - 4)

Paso 2 (Desarrollo): [(x + 4)(x - 4)] / (x + 4) = x - 4

Resultado Final: x - 4

Ejercicio 20: Simplificar fracción algebraica: (4x² - 4x + 1) / (2x - 1)

Paso 1 (Identificación): Numerador es cuadrado de una resta: 4x² - 4x + 1 = (2x - 1)²

Paso 2 (Desarrollo): (2x - 1)² / (2x - 1) = 2x - 1

Resultado Final: 2x - 1

4. Los 4 Errores Fatales en Exámenes de Álgebra

Error 1: Olvidar el doble producto	Escribir (a + b)² = a² + b² es el error más castigado de la secundaria. Falta siempre el término intermedio: + 2ab.
Error 2: No elevar el coeficiente al cuadrado	Escribir (3x)² = 3x². El exponente afecta tanto al número como a la letra: (3x)² = 9x².
Error 3: Signo negativo en el cuadrado del segundo	En (a - b)², el último término SIEMPRE lleva signo positivo: + b², porque un número negativo al cuadrado se vuelve positivo: (-b)² = +b².
Error 4: Confundir suma por diferencia con resta al cuadrado	(x + 3)(x - 3) = x² - 9 (solo dos términos). No confundir con (x - 3)² = x² - 6x + 9 (trinomio con tres términos).

Material didáctico elaborado y supervisado por José Garcés Ávila
Director Pedagógico de Academia MJ (Santa Fe, Granada). Clases de refuerzo y preparación de matemáticas para ESO y Bachillerato. Consultas y matrículas por WhatsApp al **+34 679 71 06 64** o en **www.academia-santafe.es**.