Ecuaciones de 2º Grado: Teoría, Métodos y 25 Ejercicios Resueltos Paso a Paso

Guía pedagógica integral desde fundamentos hasta nivel avanzado. Clasificación de ecuaciones completas e incompletas, cálculo del discriminante (Δ), alertas anti-errores y comprobación de soluciones.

Dirección Pedagógica y Autores:
• **Dña. María del Mar Garcés García** — Graduada en Matemáticas (Especialista en Didáctica del Álgebra y Química)
• **D. José Garcés Ávila** — Ingeniero Mecánico (Especialista en Modelado Matemático y Física Aplicada)

1. Fundamentos Teóricos y Formulario Oficial

Una **ecuación de segundo grado** o cuadrática es aquella igualdad algebraica reducible a la forma canónica: **$ax^2 + bx + c = 0$**, con $a \neq 0$.

Tipo de Ecuación	Forma Canónica	Método de Resolución Directo	Nº de Soluciones
Completa	$ax^2 + bx + c = 0$	Fórmula General: **$x = [-b \pm \sqrt{(b^2 - 4ac)}] / (2a)$**	2, 1 doble o 0 en □
Incompleta (c = 0)	$ax^2 + bx = 0$	Factor común: **$x \cdot (ax + b) = 0 \rightarrow x_1 = 0, x_2 = -b/a$**	Siempre 2 (una es 0)
Incompleta (b = 0)	$ax^2 + c = 0$	Despeje directo: **$x^2 = -c/a \rightarrow x = \pm\sqrt{(-c/a)}$**	2 si -c/a > 0; 0 en □ si < 0
Incompleta Pura	$ax^2 = 0$	Despeje: **$x^2 = 0 \rightarrow x_1 = x_2 = 0$**	1 solución doble (x=0)

El Discriminante ($\Delta = b^2 - 4ac$) y su Naturaleza:
• **$\Delta > 0$:** El radicando es estrictamente positivo → **2 soluciones reales distintas** (la parábola corta al eje X en 2 puntos).
• **$\Delta = 0$:** El radicando se anula → **1 solución real doble: $x = -b / (2a)$** (el vértice de la parábola es tangente al eje X).
• **$\Delta < 0$:** No existe raíz real de número negativo → **Sin solución real en □** (2 soluciones complejas conjugadas en □; la curva no toca el eje X).

□□ **Trampa de Examen Muy Habitual (Signo de b negativo):**
Si $b = -6$, el término $-b$ de la fórmula se convierte en **$-(-6) = +6$**. Además, al elevarlo al cuadrado dentro del radicando: **$(-6)^2 = +36$** (nunca -36). Recordar: cualquier número real elevado al cuadrado resulta siempre no negativo.

2. Bloque 1: Ecuaciones Incompletas sin Término Independiente (c = 0)

Método de resolución: Extracción obligatoria de factor común x. Jamás dividir entre x porque se perdería la solución $x = 0$.

Ejercicio 1: $x^2 - 5x = 0$ — Incompleta c=0

Paso a paso: Extraemos factor común x: $x \cdot (x - 5) = 0 \rightarrow x_1 = 0$; $x - 5 = 0 \rightarrow x_2 = 5$.

Solución: $x_1 = 0, x_2 = 5$

Ejercicio 2: 2x² + 8x = 0 — Incompleta c=0

Paso a paso: Factor común 2x: 2x·(x + 4) = 0 → 2x = 0 (x□=0); x + 4 = 0 → x□ = -4.

Solución: x□ = 0, x□ = -4

Ejercicio 3: 3x² - x = 0 — Incompleta c=0

Paso a paso: Factor común x: x·(3x - 1) = 0 → x□ = 0; 3x - 1 = 0 → 3x = 1 → x□ = 1/3.

Solución: x□ = 0, x□ = 1/3

Ejercicio 4: -4x² + 12x = 0 — Incompleta c=0

Paso a paso: Factor común -4x: -4x·(x - 3) = 0 → x□ = 0; x - 3 = 0 → x□ = 3.

Solución: x□ = 0, x□ = 3

Ejercicio 5: 5x² + 15x = 0 — Incompleta c=0

Paso a paso: Factor común 5x: 5x·(x + 3) = 0 → 5x = 0 (x□=0); x + 3 = 0 → x□ = -3.

Solución: x□ = 0, x□ = -3

Ejercicio 6: 7x² - 21x = 0 — Incompleta c=0

Paso a paso: Factor común 7x: 7x·(x - 3) = 0 → x□ = 0; x - 3 = 0 → x□ = 3.

Solución: x□ = 0, x□ = 3

3. Bloque 2: Ecuaciones Incompletas sin Término Lineal (b = 0)

Método de resolución: Despeje directo del término x^2 y extracción de raíz cuadrada recordando el doble signo ±.

Ejercicio 7: x² - 16 = 0 — Incompleta b=0

Paso a paso: Despejamos x²: x² = 16 → x = ±√16 = ±4.

Solución: x□ = 4, x□ = -4

Ejercicio 8: 2x² - 50 = 0 — Incompleta b=0

Paso a paso: Despejamos: 2x² = 50 → x² = 25 → x = ±√25 = ±5.

Solución: x□ = 5, x□ = -5

Ejercicio 9: 3x² - 27 = 0 — Incompleta b=0

Paso a paso: Despejamos: 3x² = 27 → x² = 9 → x = ±√9 = ±3.

Solución: x□ = 3, x□ = -3

Ejercicio 10: x² + 9 = 0 — Sin Solución Real

Paso a paso: Despejamos: x² = -9 → x = ±√(-9). No existe raíz real negativa.

Solución: Sin solución en □

Ejercicio 11: 4x² - 100 = 0 — Incompleta b=0

Paso a paso: Despejamos: 4x² = 100 → x² = 25 → x = ±√25 = ±5.

Solución: x□ = 5, x□ = -5

Ejercicio 12: 5x² + 20 = 0 — Sin Solución Real

Paso a paso: Despejamos: 5x² = -20 → x² = -4 → x = ±√(-4) (Raíz negativa).

Solución: Sin solución en □

4. Bloque 3: Ecuaciones Completas (Fórmula General de Bhaskara)

Aplicamos $x = [-b \pm \sqrt{(b^2 - 4ac)}] / (2a)$ prestando máxima atención al cálculo del discriminante Δ.

Ejercicio 13: $x^2 - 5x + 6 = 0$ — Completa Δ>0

Paso a paso: a=1, b=-5, c=6. Δ=(-5)²-4(1)(6)=25-24=1. x=[5±√1]/2=[5±1]/2.

Solución: x□ = 3, x□ = 2

Ejercicio 14: $x^2 - 7x + 12 = 0$ — Completa Δ>0

Paso a paso: a=1, b=-7, c=12. Δ=(-7)²-4(1)(12)=49-48=1. x=[7±1]/2.

Solución: x□ = 4, x□ = 3

Ejercicio 15: $x^2 + 2x - 8 = 0$ — Completa Δ>0

Paso a paso: a=1, b=2, c=-8. Δ=2²-4(1)(-8)=4+32=36. x=[-2±6]/2.

Solución: x□ = 2, x□ = -4

Ejercicio 16: $2x^2 - 3x + 1 = 0$ — Completa Δ>0

Paso a paso: a=2, b=-3, c=1. Δ=(-3)²-4(2)(1)=9-8=1. x=[3±1]/4 → 4/4=1; 2/4=1/2.

Solución: x□ = 1, x□ = 1/2

Ejercicio 17: $x^2 - 6x + 9 = 0$ — Raíz Doble Δ=0

Paso a paso: a=1, b=-6, c=9. Δ=(-6)²-4(1)(9)=36-36=0. x=[6±0]/2 = 3.

Solución: x□ = x□ = 3 (Doble)

Ejercicio 18: $4x^2 - 12x + 9 = 0$ — Raíz Doble Δ=0

Paso a paso: a=4, b=-12, c=9. Δ=(-12)²-4(4)(9)=144-144=0. x=[12±0]/8 = 3/2.

Solución: x□ = x□ = 3/2

Ejercicio 19: $x^2 - 2x + 5 = 0$ — Sin Solución Real

Paso a paso: a=1, b=-2, c=5. Δ=(-2)²-4(1)(5)=4-20=-16 < 0. No existe raíz real.

Solución: Sin solución en □

Ejercicio 20: $3x^2 - 5x + 2 = 0$ — Completa Δ>0

Paso a paso: a=3, b=-5, c=2. Δ=(-5)²-4(3)(2)=25-24=1. x=[5±1]/6 → 6/6=1; 4/6=2/3.

Solución: x□ = 1, x□ = 2/3

5. Bloque 4: Ecuaciones con Paréntesis, Fracciones y Problemas Reales

Reducimos previamente a la forma $ax^2 + bx + c = 0$ eliminando denominadores mediante m.c.m. o desarrollando productos.

Ejercicio 21: $(x - 2)(x + 3) = 6$ — Con Paréntesis

Paso a paso: Desarrollamos: x² + 3x - 2x - 6 = 6 → x² + x - 12 = 0. Δ=1+48=49. x=[-1±7]/2.

Solución: x□ = 3, x□ = -4

Ejercicio 22: $(2x - 1)^2 = 9$ — Identidad Notable

Paso a paso: Identidad notable: 4x² - 4x + 1 = 9 → 4x² - 4x - 8 = 0 (:4) → x² - x - 2 = 0. x=[-(-1)±3]/2.

Solución: x□ = 2, x□ = -1

Ejercicio 23: $(x^2 - 1) / 3 = 5$ — Con Denominador

Paso a paso: Quitamos denominador: x² - 1 = 15 → x² = 16 → x = ±√16 = ±4.

Solución: x□ = 4, x□ = -4

Ejercicio 24: $x/2 + 2/x = 5/2$ — Ecuación Fraccionaria

Paso a paso: m.c.m.(2, x) = 2x. Multiplicamos todo: $x^2 + 4 = 5x \rightarrow x^2 - 5x + 4 = 0$. $\Delta=25-16=9$. $x=[5\pm3]/2$.

Solución:
x□ = 4, x□ = 1

Ejercicio 25: Problema: Un terreno rectangular tiene un área de 60 m². Si su base mide 4 m más que su altura, halla sus dimensiones.

Problema Geométrico

Paso a paso: Sea x la altura; la base es x + 4. Área = $x\cdot(x + 4) = 60 \rightarrow x^2 + 4x - 60 = 0$. $\Delta=16+240=256$. $x=[-4\pm16]/2 \rightarrow x=6$ (la solución -10 se descarta por ser una longitud física). Altura = 6 m, Base = 10 m.

Solución:
Base: 10 m, Altura: 6 m

¿Necesitas Refuerzo Personalizado en Matemáticas o Física?
En **Academia MJ** somos especialistas en preparar ESO, Bachillerato y Selectividad (PAU). Clases con grupos reducidos, simulacros semanales y tutorías individuales adaptadas a tu nivel.
□ **Ronda de Belén, 21, Local Izquierda, 18320 Santa Fe (Granada)**
□ **WhatsApp Oficial: +34 679 71 06 64** · □ **www.academia-santafe.es**